

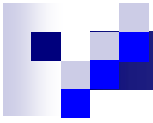


Experiments for Quantum Physics

教師：楊仲準

Department of Physics, Chung Yuan Christian University

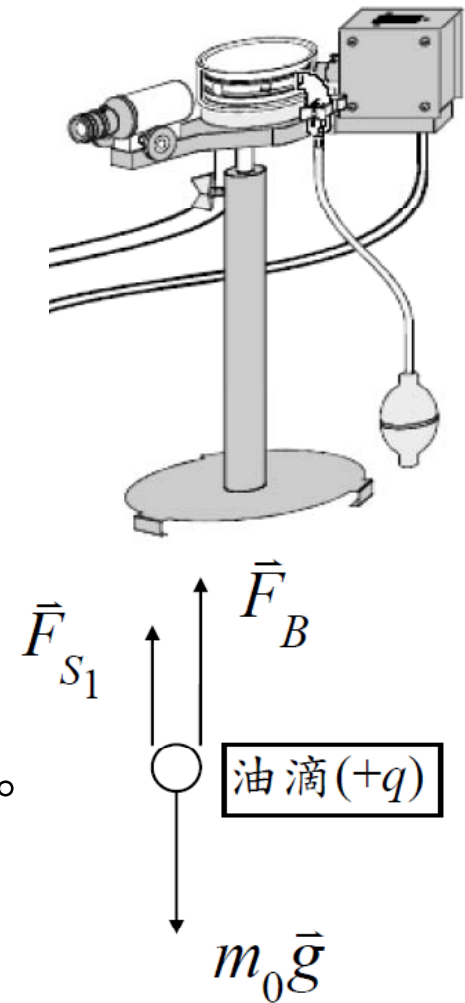




實驗一：密立根油滴實驗

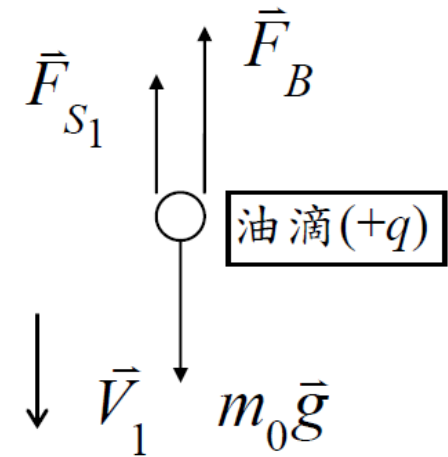
實驗一：密立根油滴實驗

- 目的：得知電子帶電的電量量子化。並獲得電子電量。
- 原理：當油滴經由噴霧器被噴入油滴室內，因摩擦使部份油滴帶正電，部份油滴帶負電，其受力圖如右(圖示箭頭方向只代表方向，不代表大小)。



實驗一：密立根油滴實驗

- m_0 ：油滴質量
- V_1 ：油滴速度
- F_B （浮力）= $m_A g$ （ m_A 為和油滴同體積的空氣質量）
- $F_{S1}=6\pi r\eta V_1$ （ F_{S1} 為黏滯力，由Stoke's resisting force可得上式；其中設油滴為圓球形， η 為空氣黏滯係數， r 為油滴半徑）
- 油滴受力方程式為： $(m_0 - m_A)g - 6\pi r\eta V_1 = 0 \dots\dots(A)$



實驗一：密立根油滴實驗

- 當油滴室上下電容板加一電壓，其受力圖如下：

其中：

- F_E (電場施予油滴的力) = QE

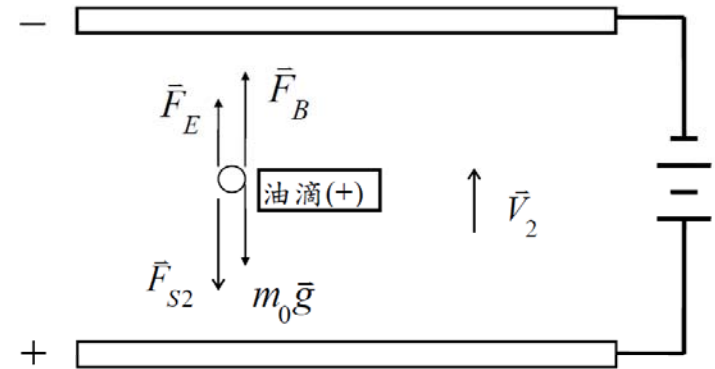
- $F_{S2} = 6\pi r\eta V_2 \downarrow$

- 油滴的總受力方程式為：

- $F_B + F_E + F_{S1} + F_{S2} = 0 \rightarrow (m_0 - m_A)g - QE + 6\pi r\eta V_2 = 0 \dots (B)$

- 當電場大到使油滴靜止時 ($E = E_0$)， $V_2 = 0$ ，則上是變為：

- $(m_0 - m_A)g - QE_0 = 0 \dots (C)$



實驗一：密立根油滴實驗

$$(m_0 - m_A)g - 6\pi r\eta V_1 = 0 \dots\dots(A)$$

$$(m_0 - m_A)g - QE_0 = 0 \dots\dots(C)$$

- 將(A)、(C)兩式合併，並利用

- $E_0 = U_0/d$ (d為兩平行電容板間的距離)

- $(m_0 - m_A)g = 4\pi r^3 \rho g/3$ (空氣密度約為 0.0012 g/cm^3 可以忽略不計)

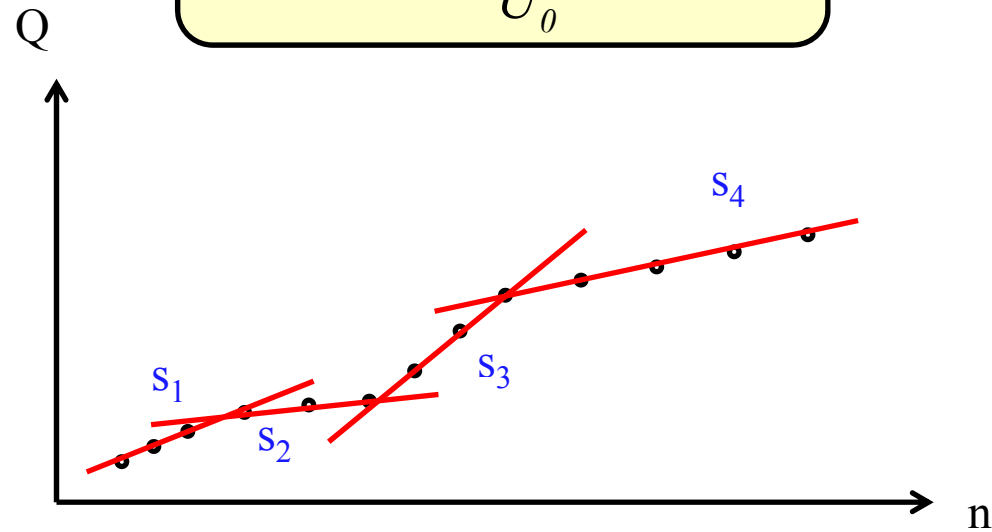
- 因此

$$Q = 2 \times 10^{-10} \frac{V_1^{\frac{3}{2}}}{U_0} (C) \dots\dots(D)$$

- 實驗上，多次記錄所加之電壓 U_0 與測出之油滴速度(終端速度) V_1 ，便可以得到Q對N個電荷(C)之圖形，求其最大公因數便為基本電荷電量
-

實驗一：密立根油滴實驗

$$Q = 2 \times 10^{-10} \frac{V_1^{\frac{3}{2}}}{U_0} (C) \dots (D)$$



$S_1 : Q, 3Q, 5Q, 7Q$

→ 斜率 $2Q$

$S_2 : 7Q, 8Q, 9Q, 10Q$

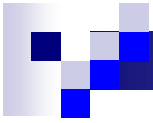
→ 斜率 $1Q$

$S_3 : 10Q, 13Q, 16Q$

→ 斜率 $3Q$

$S_4 : 16Q, 18Q, 20Q, 22Q, 24Q$

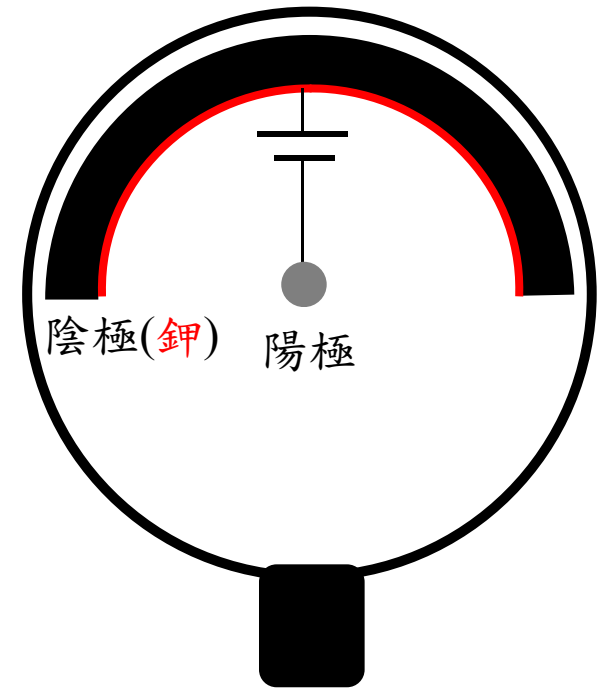
→ 斜率 $2Q$



實驗二：光電效應

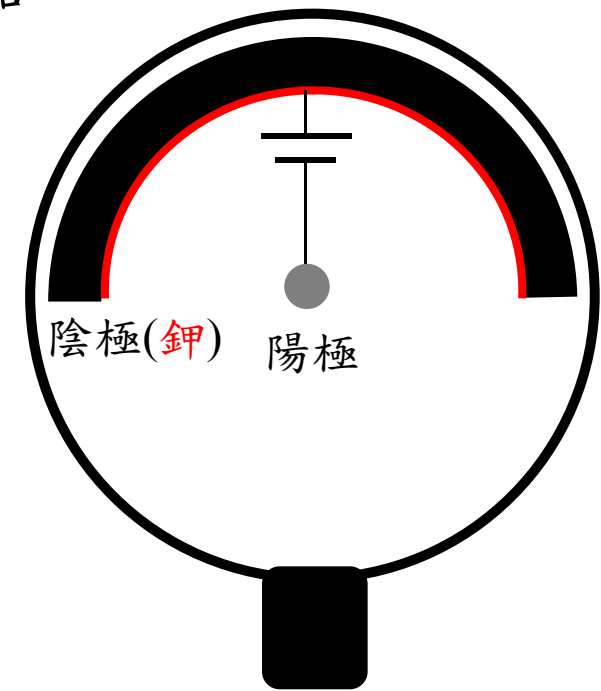
實驗二：光電效應

- 目的：學習光電效應的現象，並學會計算蒲朗克常數。
- 原理：將光電管內部半圓柱表面鍍上鉀以作為陰極，而則位於半圓柱之圓心位置為陽極。如果頻率 f 的光子撞擊光電管之陰極，電子獲得足夠能量，即可由陰極離開。



實驗二：光電效應

- 光電子的數目和入射光的強度成正比。 $N \propto I$
- 光電子的初動能和光強無關。僅和其頻率成正比。 $E_k \propto \nu$
- 若在陽極與陰極之間有一反向電位差 U ，則離開陰極的電子必須以其動能克服此電位差才能到達陽極產生光電流。



實驗二：光電效應

- 電子動能的大小由入射光之頻率決定。

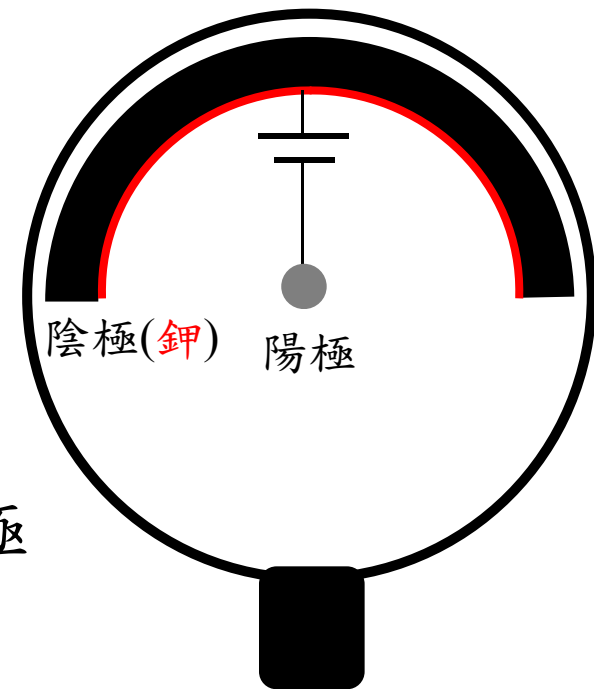
$$hf - A = \frac{1}{2}mv^2$$

Diagram illustrating the photoelectric effect equation with labels:

- 蒲朗克常數 (Planck constant) points to h
- 入射光頻率 (Incident light frequency) points to f
- 功函數 (Work function) points to A
- 電子質量 (Electron mass) points to m
- 電子運動速度 (Electron velocity) points to v

- 只有電子的動能大於或相當於所需之電場能量時，才可到達陽極

$$eU = \frac{1}{2}mv^2$$



實驗二：光電效應

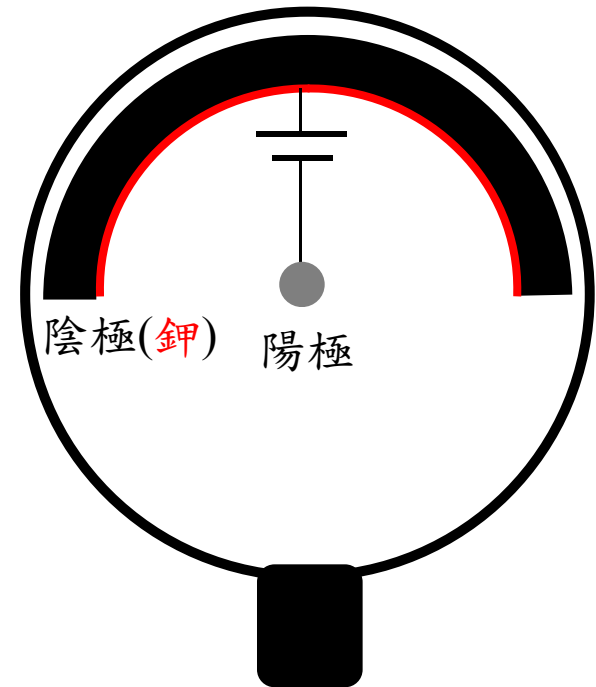
- 因考慮陰陽極表面材質和陰極不同，吾人必須在上式左邊加上 contact potential ϕ

$$eU + \phi = \frac{1}{2}mv^2 = hf - A$$

- 假設 A, ϕ 與 f 無關，則 U, f 有一關係，即

$$U = -\frac{A + \phi}{e} + \frac{h}{e}f$$

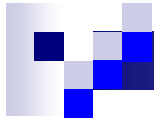
- 求取 U - f 圖中之斜率 h/e 即可得到蒲朗克常數。



實驗二：光電效應

$$U = -\frac{A + \phi}{e} + \frac{h}{e} f$$

實驗時改變不同的濾光片(改變透過濾光片的特定波長/頻率)做U對f圖的線性迴歸。其中得到的斜率乘以電子電量，便是普朗克常數h



實驗三：電子繞射

實驗三：電子繞射

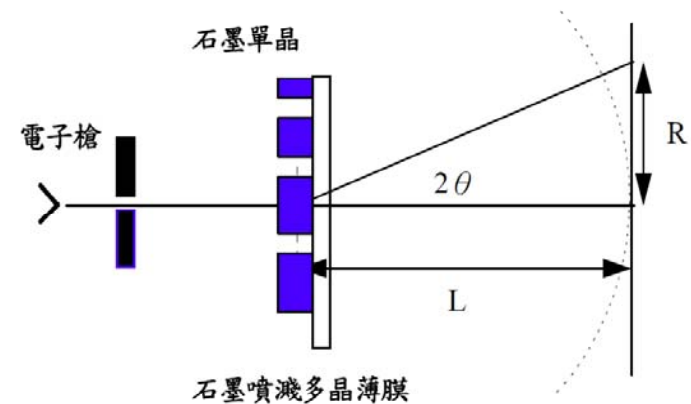
■ 目的：觀測電子繞射現象，並藉以驗證德布羅依關係(de Broglie relation) $\lambda = h / p$ 。

■ De Broglie認為，物質粒子具有物質波，如同光波具有粒子性。而物質波的關係方程式與光子的關係方程式相同的。

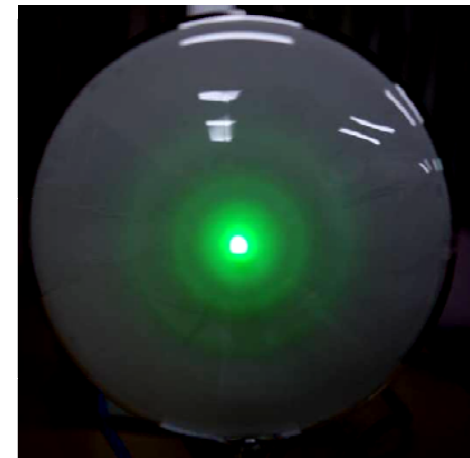
■ 光子的方程式： $E = h\nu$, $p = \frac{E}{c}$, $\nu = \frac{c}{\lambda}$
 $\Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$ 稱之為德布羅依關係式

實驗三：電子繞射

- 如同X光射線所產生的繞射，電子束和晶體面的繞射方程式為：
$$2d\sin\theta = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots (A)$$



- 電子繞射管裝置中為石墨噴濺的多晶體繞射光柵。因為晶格方向隨機分布，任何符合繞射方程式的晶體面，會使電子束最後於螢幕上呈現同心圓



實驗三：電子繞射

■ 由

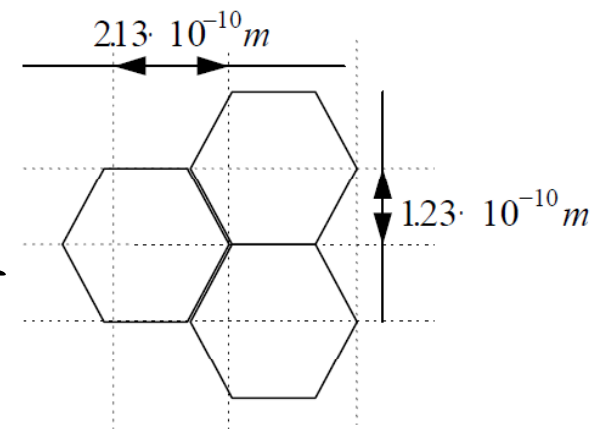
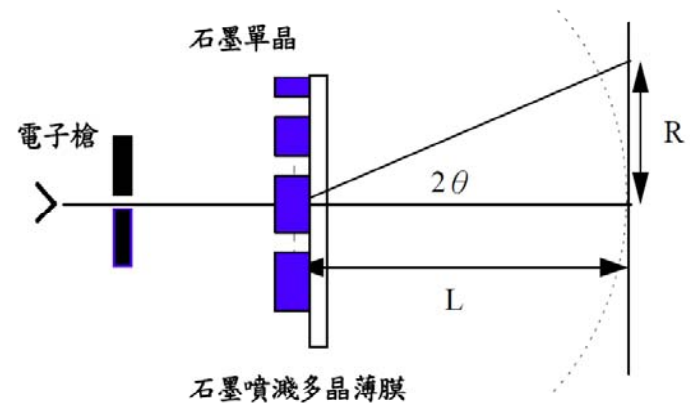
$$\tan 2\theta = \frac{R}{L}$$

■ 代入 $2d\sin\theta = n\lambda$, $n = 1, 2, 3, \dots$ (A)

得到：

$$\lambda = \frac{d}{L} R \dots (B)$$

■ 由電子繞射環半徑 R ，石墨晶體的兩種xy晶格方向上之晶體面間距 d^1 、 d^2 及 $L = 13.5 \text{ cm}$ ，由式(B)可得電子波長。





實驗三：電子繞射

- 由De Broglie relation得： $\frac{1}{2}mv^2 = eU_A$
(m 為電子質量， v 為電子速度， U_A 為高壓源伏特)
- 代入De Broglie relation，即可得電子波長

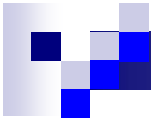
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2emU_A}} \dots\dots(C)$$

實驗三：電子繞射

$$\lambda = \frac{d}{L} R \dots (B)$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2emU_A}} \dots (C)$$

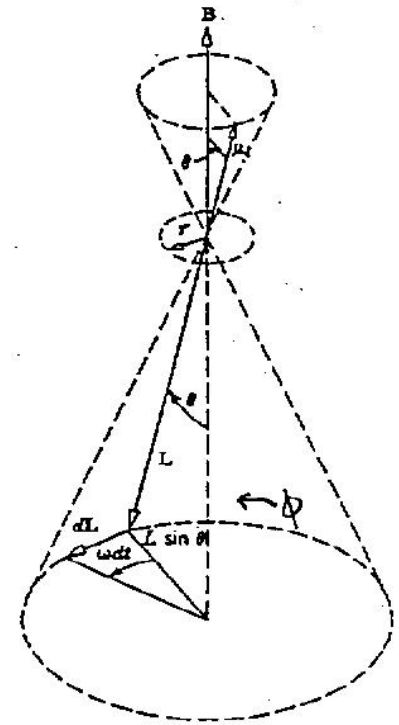
1. 實驗時改變不同的電壓值，可以由(B)式計算出電子的波長。
 2. 改變不同的電壓值時，亦可以由(C)式計算出電子的波長。
 3. 將兩者得到的波長對電壓關係畫在同一張圖上比較之。
-



實驗四：基曼效應

實驗四：基曼效應

- 目的：藉由觀測鎘（cadmium； ^{48}Cd ）的正常基曼效應(normal Zeeman effect)結果，求 e/m 比之值
- 原理：(基曼效應之理論應由量子力學推導，在此則簡化使用古典圖像，代入量子數來推得)



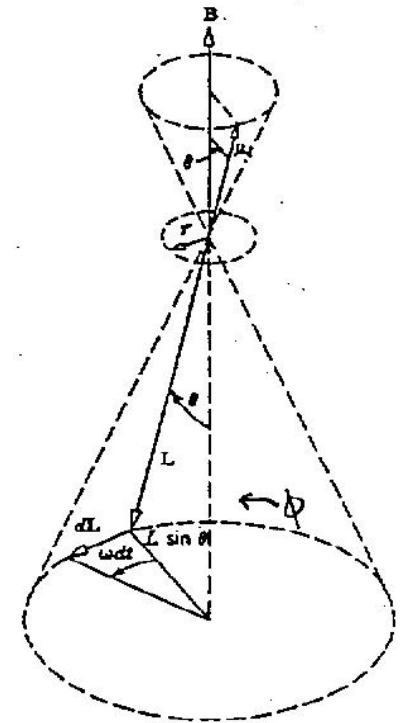
實驗四：基曼效應

■ *Larmor*進動

■ 磁矩 μ 置於一外加磁場 B 中，由電磁理論可知，此外加磁場給予磁矩一力矩 $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

■ 並使其具能量 $\Delta E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

■ 將磁矩於磁場中，由於磁矩之角動量 L 是來自於電子，因此磁矩與其角動量必須繞磁場進動，並一直維持兩者間角度不變及兩者大小不變，如圖所示。



實驗四：基曼效應

Larmor進動

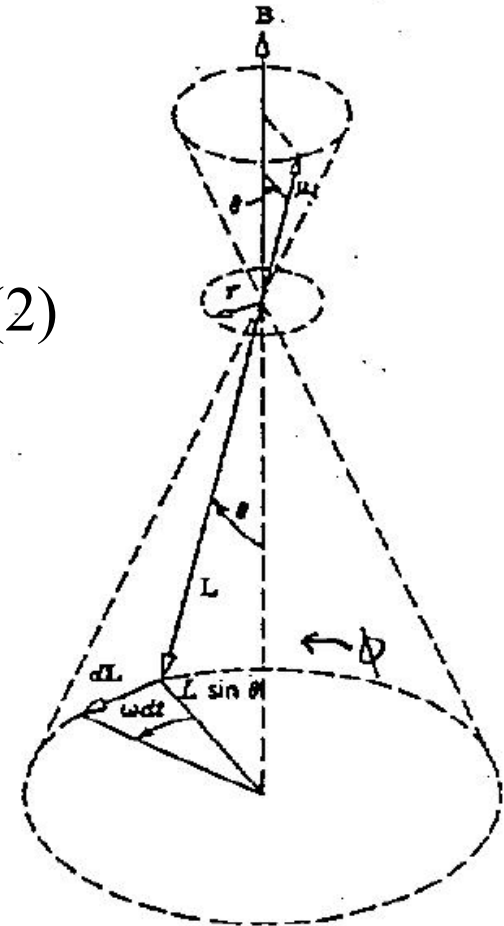
- 進動角頻率 ω 可以計算如下：

$$\tau = \mu B \sin \theta \dots (1) \quad dL = L \sin \theta \omega dt \dots (2)$$

- 而由 $\tau = \frac{d\vec{L}}{dt}$ $\tau = L \sin \theta \omega \dots (3)$

- 將(1)、(3)聯立可以得到：

$$\omega = \frac{\mu B}{L}, \quad \text{or} \quad \vec{\omega} = \frac{\mu}{L} \vec{B}$$

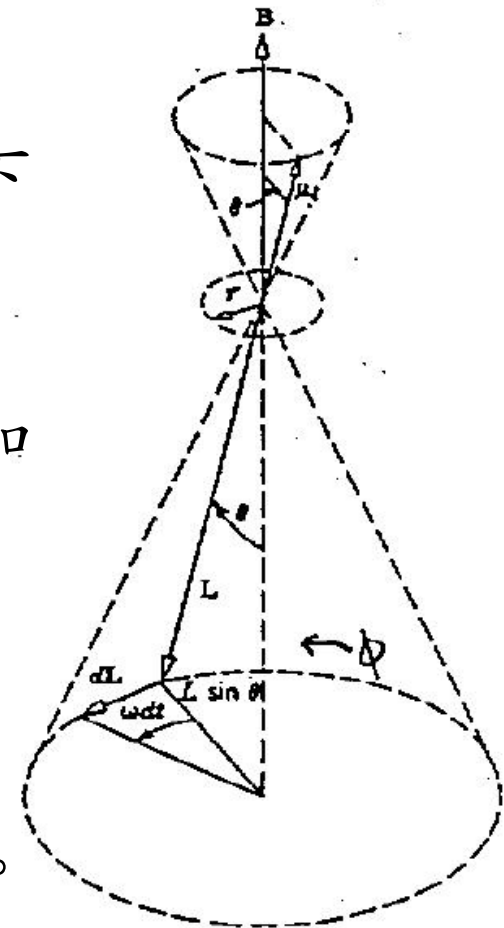


實驗四：基曼效應

$$\omega = \frac{\mu B}{L}, \text{ or } \vec{\omega} = \frac{\mu}{L} \vec{B}$$

*Larmor*進動

- 故帶有角動量之磁矩在外加磁場之下無能量改變時，會發生進動現象。
- 角進動角頻率正比於外加磁場，且和其夾角 θ 無關，此稱為*Larmor*進動。
- 注意上式的推導並沒有用到 μ 和 L 的關係式，故其不一定要相互平行。



實驗四：基曼效應

Zeeman Effect

- 由於原子內之某電子之繞核角動量 L 與其自旋 S 各自和其所對應之磁矩有如下之關係：

$$\vec{\mu}_L = -\frac{g_L \mu_B}{\hbar} \vec{L}, \text{ and } g_L = 1$$

$$\vec{\mu}_S = -\frac{g_S \mu_B}{\hbar} \vec{S}, \text{ and } g_S = 2$$

- 上式的 $\mu_B = e\hbar / 2m_e$ 稱為波爾磁矩(Bohr magneton)
-

實驗四：基曼效應

Zeeman Effect

- 對於一多電子原子的所有價電子而言，吾人可以向量相加來得其總磁距

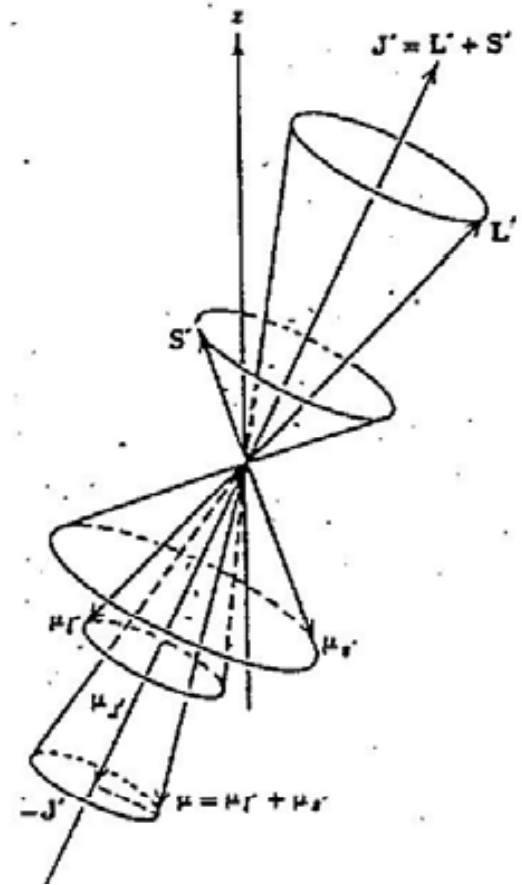
$$\begin{aligned}\vec{\mu} &= -\frac{g_L\mu_B}{\hbar}\vec{L}_1 - \frac{g_L\mu_B}{\hbar}\vec{L}_2 - \frac{g_S\mu_B}{\hbar}\vec{S}_1 - \frac{g_S\mu_B}{\hbar}\vec{S}_2 - \dots \\ &= -\frac{\mu_B}{\hbar}\left[\left(\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots\right) + \left(\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \dots\right)\right] \\ &= -\frac{\mu_B}{\hbar}\left[\vec{L}' + \vec{S}'\right]\end{aligned}$$

- 上式中 $\vec{L}' = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots$, $\vec{S}' = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \dots$
-

實驗四：基曼效應

Zeeman Effect

- 因為 $\vec{J}' = \vec{L}' + \vec{S}'$, 所以 $\vec{\mu}$, \vec{J}' , \vec{L}' , \vec{S}' 的關係圖如圖所示
- 若此時外加一磁場 B , 其大小小於原子內部磁感應大小。由原理1得知, 進動角頻率 ω 正比於 B , 可得 μ 對 J' 的進動速率大於對 B 進動速率。

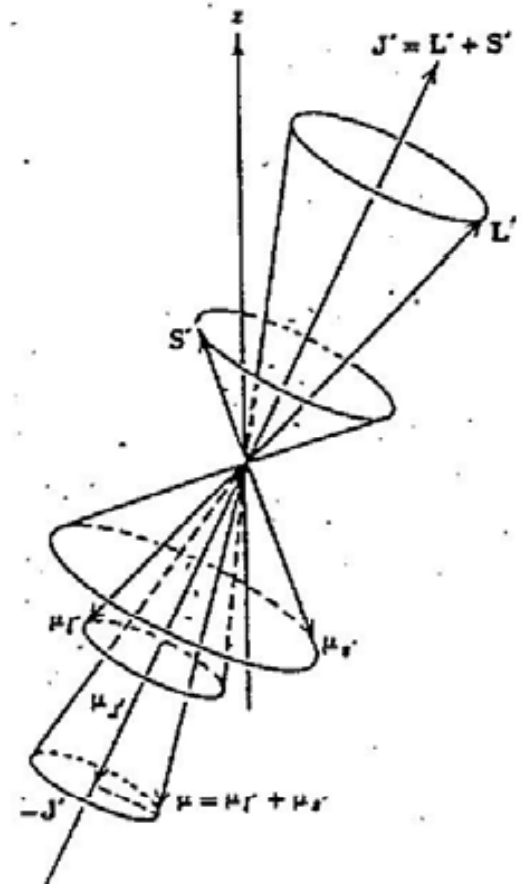


實驗四：基曼效應

Zeeman Effect

- 故我們首先求出 μ 於 J' 上的分量，再求其於 B 上的分量。

$$\begin{aligned}\mu_{J'} &= \mu \frac{\vec{\mu} \cdot \vec{J}'}{\mu J'} = \frac{\mu_B}{\hbar} \frac{(\vec{L}' + 2\vec{S}') \cdot (\vec{L}' + \vec{S}')}{J'} \\ &= -\frac{\mu_B}{\hbar} \frac{(\vec{L}' + 2\vec{S}') \cdot (\vec{L}' + \vec{S}')}{J'^2} J'_z \\ &= -\frac{\mu_B}{\hbar} \frac{(3J'^2 + 3S'^2 - 3L^2) \cdot (\vec{L}' + \vec{S}')}{2J'^2} J'_z\end{aligned}$$



實驗四：基曼效應

Zeeman Effect

$$\Delta E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu \cdot B = \frac{\mu_B}{\hbar} \frac{(3J'^2 + 3S'^2 - 3L'^2)}{2J'^2} J'_z$$

- 將 $J'^2 = j'(j' + 1)\hbar^2$, $S'^2 = s'(s' + 1)\hbar^2$, and $L'^2 = l'(l' + 1)\hbar^2$

代入得

$$\Delta E = \mu_B B g m'_j \dots (A)$$

- 其中
$$g = 1 + \frac{j'(j' + 1) + s'(s' + 1) - l'(l' + 1)}{2j'(j' + 1)}$$

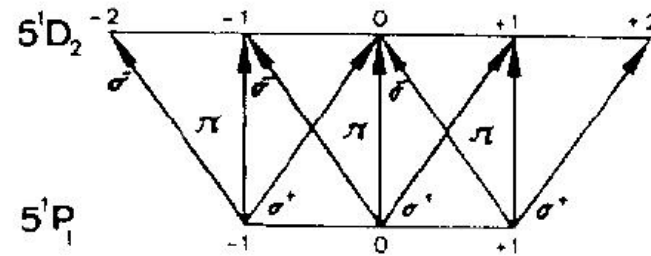
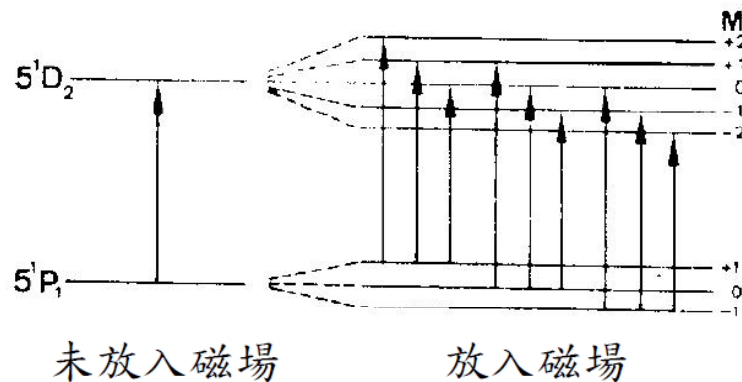
- 稱之為 *Landé g factor*
-

實驗四：基曼效應

$$\Delta E = \mu_B B g m'_j \dots (A)$$

Zeeman Effect

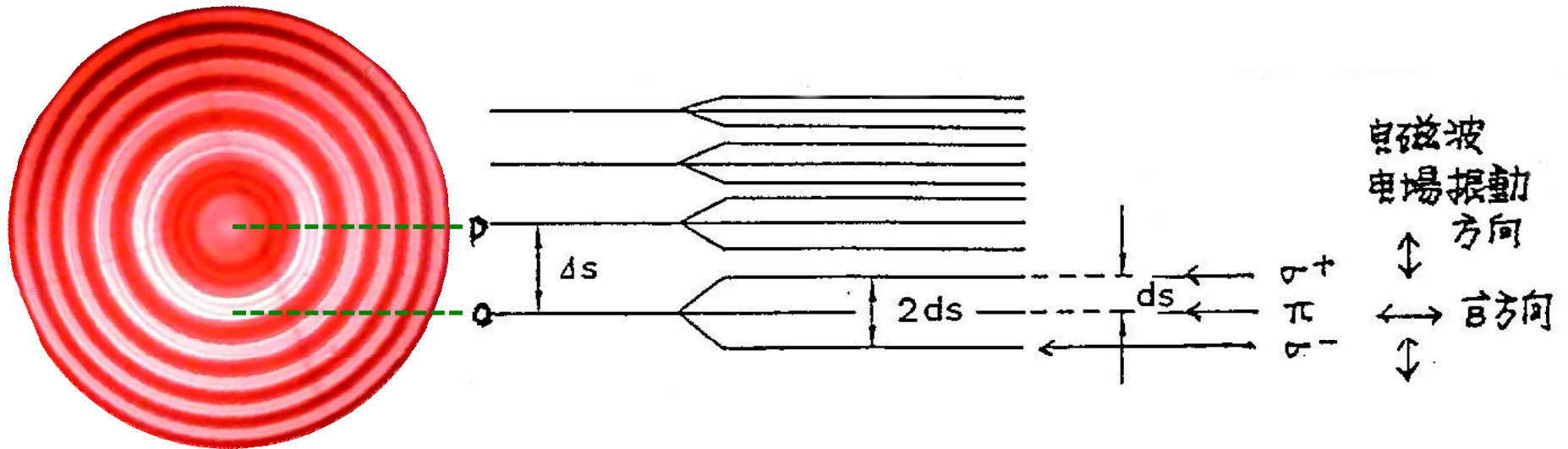
- 正常Zeeman Effect： $S'=0, J'=L'$
- 異常Zeeman Effect： $S' \neq 0, J'=L'+S'$
- 本實驗使用鎘燈 ^{48}Cd ($S'=0$)。其部份能階及其相互之間的躍遷如圖



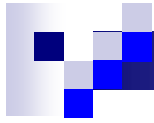
實驗四：基曼效應

$$\Delta E = \mu_B B g m'_j \dots (A)$$

Zeeman Effect



$$\frac{e}{m} = \frac{4\pi}{B} c \frac{dS}{\Delta S} \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{2d(n^2 - 1)}, \quad n = 1.4567$$



實驗五：原子光譜及精細結構



實驗五：原子光譜及精細結構

目的：

- 1.藉由實驗瞭解原子殼層中，光子放射和吸收的性質，驗證惰性氣體和金屬蒸氣的光譜線。
 - 2.測量原子之精細結構並學習觀測原子光譜的方法。
-



實驗五：原子光譜及精細結構

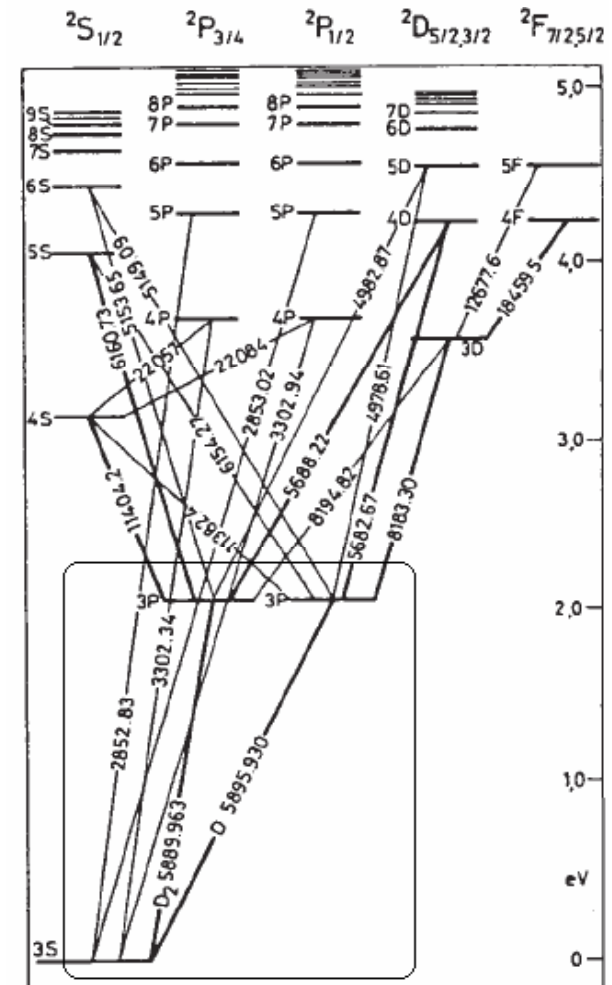
原理：

- 惰性氣體和金屬蒸氣的光譜線，經由光柵分離後如果投影在屏幕上可以被觀察到。
 - 光譜線可以被分析是來自於不同的原子、或是離子性原子（即帶電原子）所產生的光譜線，以及直接源自於能階上連續的光子放射和吸收。
 - 這些光譜線展現出特有的波長和屬性。根據這些的屬性和特有性質，可以分析其光譜，並確認它所對應的原子。
-

實驗五：原子光譜及精細結構

原理：

- 由原子的軌道角動量和其電子自旋耦合(L - S coupling)，可得鈉原子 Na^{11} (原子結構： $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$) 能階圖。



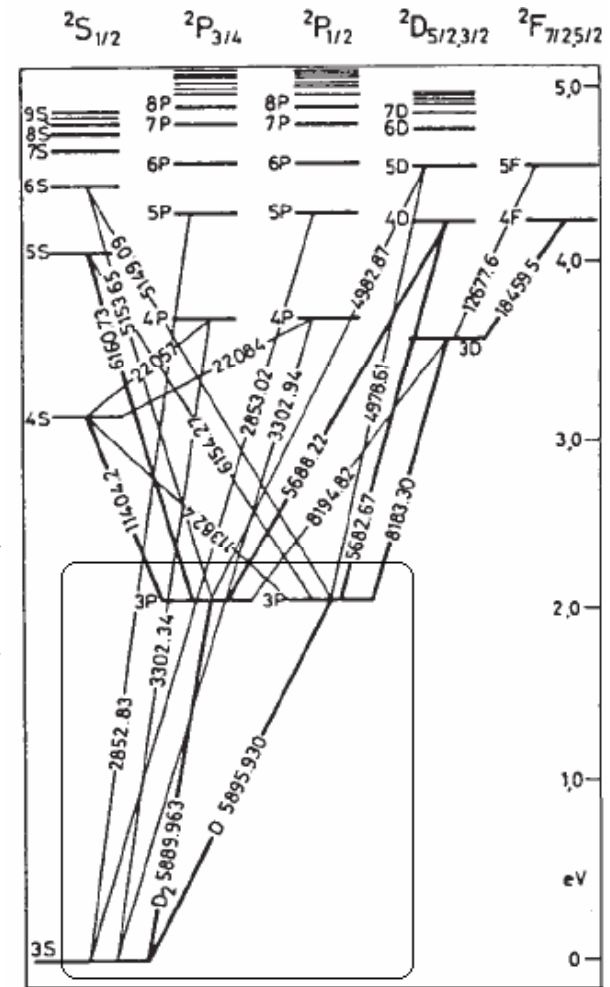
實驗五：原子光譜及精細結構

原理：

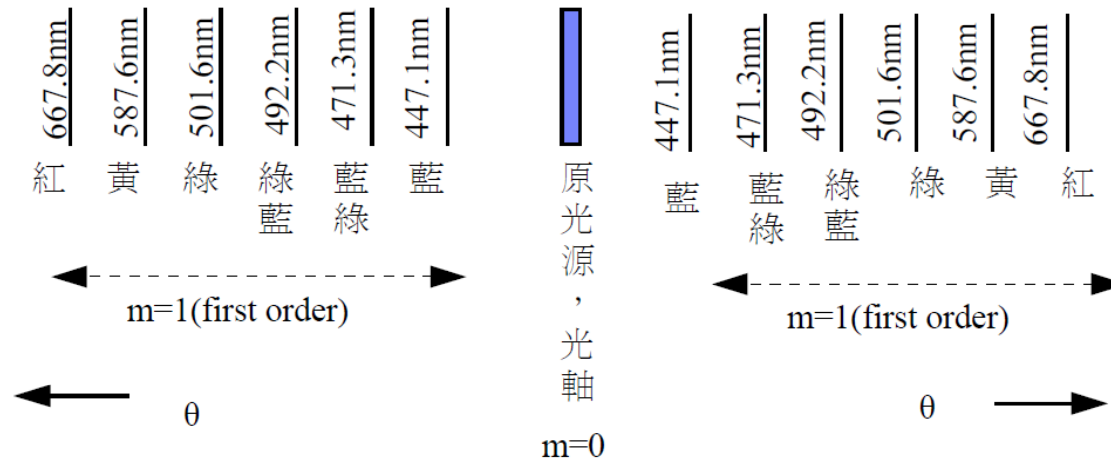
- 當電子從3p軌域跳至3s軌域時放出兩道黃色譜線



- 其總角動量量子數分別為 $J=3/2$ 和 $J=1/2$ 。此二能階間的差異極其細微。歸咎其根本，這是因為電子繞行軌域運轉時產生了一內磁場



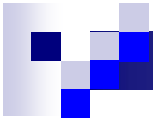
實驗五：原子光譜及精細結構



$$m\lambda = G\sin\phi, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

1. He燈的標準光譜已知，因此所有正確的 λ 值
2. 光柵的光柵常數G值未知，因此可以使用He燈正確的 λ ，比對量測到的角度得到G值
3. 由正確的G值求鈉燈的光譜與精細常數

$$\Delta\lambda = \frac{G}{2} [\sin\phi_2 - \sin(\phi_2 - \Delta\phi)]$$



實驗六：鍺能隙的測量

實驗六：鍺能隙的測量

- 目的：藉由測量鍺晶體的傳導率和溫度的關係，求出鍺 (^{32}Ge , *Germanium*) 能隙 E_g 。
- 原理：由費米分佈(Fermi distribution)和歐姆定律(Ohm's law)得本質半導體 (intrinsic semiconductor) 的傳導率(conductivity) σ

$$\sigma = \sigma_0 e^{\frac{-E_g}{2kT}}$$

- 其中 E 為價帶 (Valence band) 至傳導帶 (Conduction band) 的能量差距； T 為絕對溫度， k 為波茲曼常數 (Boltzmann's constant)。
-

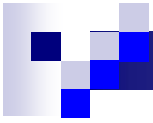
實驗六：鍺能隙的測量

- 由原理1得到

$$\ln \sigma = \ln \sigma_0 + \left(-\frac{E_g}{2k} \right) \frac{1}{T}$$

$$y = b + a x$$

- 則做 $\ln \sigma$ 和 $1/T$ 的關係圖，由直線方程式 $y=b+ax$ ，可得斜率 $a=-E_g/2k$ ，並求得 E_g 值。
-



The End